

Теория 2. Формулировка и смысл теоремы Гробмана-Хартмана.

студентка 2 курса магистратуры Кобзева В.М.

21 декабря 2020 г.

Теорема Гробмана-Хартмана

Пусть множество $U \subset \mathbb{R}^n$ открыто.

Отображение $f : U \rightarrow \mathbb{R}^n$ непрерывно дифференцируемо и точка $x_0 \in U$ – гиперболическая неподвижная точка f .

Тогда $\exists$ окрестности U_1, U_2, V_1, V_2 точки x_0 и такой гомеоморфизм $h : U_1 \cup U_2 \rightarrow V_1 \cup V_2$ что

$$h(f(x)) = Df(x_0)h(x) \text{ на } U_1$$

$Df(x_0) : U \rightarrow \mathbb{R}^n$ – линейная часть отображения f в точке x_0 .

В окрестности неподвижной гиперболической точки отображение топологически сопряжено со своей линейной частью. Другими словами, в окрестности гиперболической неподвижной точки поведение динамической системы с точностью до непрерывной замены координат совпадает с поведением ее линеаризации.

Благодаря теореме Гробмана-Хартмана можно использовать более простую линеаризацию для анализа поведения вокруг состояния равновесия.

Определение

Гиперболической точкой отображения называется неподвижная точка, в которой все мультипликаторы μ_i (собственные числа линеаризации отображения в данной точке) по модулю отличны от единицы.

Определение

Неподвижная точка – точка, которую заданное отображение переводит в неё же, иными словами, решение уравнения $f(x) = x$.